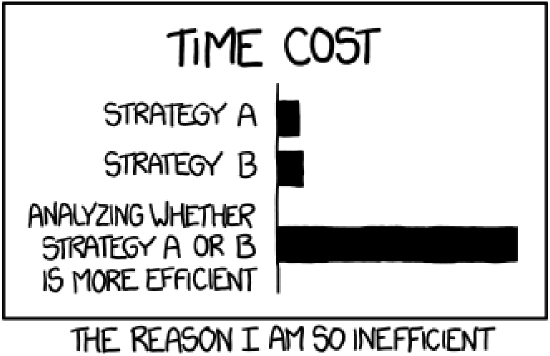
Datenbanksysteme

Wintersemester 2016/17

Prof. Dr.-Ing. Sebastian Michel
TU Kaiserslautern

smichel@cs.uni-kl.de

Kostenschätzung



(c) xkcd.com

Selektivitätsschätzung für kostenbasierte Optimierung

Selektivitätsschätzung: Idee

- Gegeben: Anfrage und Relationen
- Wie viele Tupel sind als Ergebnis zu erwarten?
- Wie viele Tupel fallen als Zwischenergebnisse an?

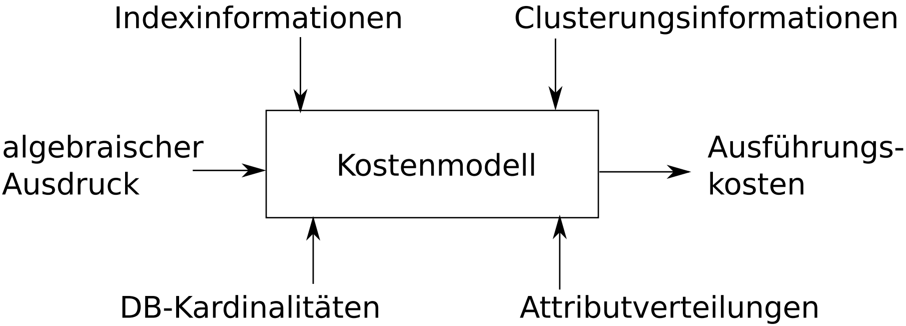
Selektivitätsschätzung: Werkzeuge

- Kenntnisse/Statistiken über zugrunde liegende Daten
- Generische Annahmen über Selektivität benutzter Prädikate
- Schätzung der Selektivität von o.g. Operatoren (z.B. Join)

Kostenbasierte Optimierung

- Generiere **alle** denkbaren Anfrageauswertungspläne:
  = Enumeration/Aufzählung möglicher Pläne
- Schätze deren Kosten ab:
  - Kostenmodell
  - Statistiken
  - Histogramme
  - Kalibrierung gemäß verwendetem Rechner
  - Abhängig vom verfügbaren Speicher
  - Aufwands-Kostenmodell
    - Durchsatz-maximierend
    - versus Antwortzeit-minimierend
- Behalte den Plan mit den geringsten geschätzten Kosten

Kostenmodelle



Selektivitäten

$=$ Anteil der qualifizierenden Tupel einer Operation

- Selektion mit Bedingung θ

$$sel_\rho := \frac{|\sigma_\theta(R)|}{|R|}$$

- Join von R mit S:

$$sel_{RS} := \frac{|R \bowtie S|}{|R \times S|} = \frac{|R \bowtie S|}{|R| * |S|}$$

Wiederholung: Grundlagen

- $T(R)$ ist die **Anzahl der Tupel** in Relation R
- $V(R,A)$ ist die **Anzahl der verschiedenen Attributsausprägungen** für Attribut A.
- Dementsprechend für mehrere Attribute: $V(R,[A_1, A_2, ..., A_n])$

Kostenschätzung

- Gegeben eine Anfrage, wie groß ist das Ergebnis und wie viele Tupel fallen als Zwischenergebnisse an?
- z.B. wie viele Tupel sind in $\sigma_{A=13434}(R)$

Wie können Größen abgeschätzt werden?

Wichtig: Statistiken über Werte von Attributen, Größen von Relationen
Aber wie kann man diese berechnen und repräsentieren?

Durch Scannen der gesamten Mengen

- Kann hin und wieder berechnet werden, natürlich besser nicht zur Anfragezeit.
- Moderne DMBS haben bestimmte Befehle dafür.

Ausprägungen für Attribut A

- Falls $V(R,A)$ nicht zu groß ist: speichere einen Zähler für jeden Wert von A.
- Sonst: Gruppierung. Evtl: Exaktes Speichern für eine Teilmenge der Werte (z.B. der häufigsten).

$\Rightarrow$ Histogramme oder parametrisierte Verteilungen!

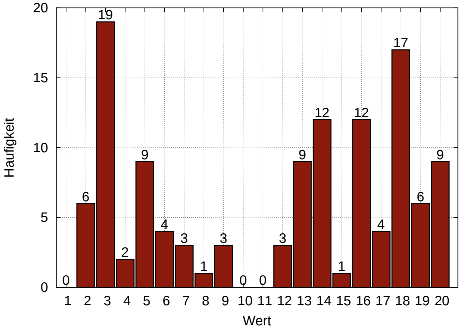
Beispieldaten

$\{2, 5, 3, 20, 18, 7, 16, 18, 18, 2, 2, 17, 14, 3, 20, 3, 16, 6, 7, 3, 16, 16, 15, 5, 20, 13, 16, 20, 12, 14, 13, 3, 14, 18, 14, 14, 16, 18, 19, 3, 5, 2, 5, 14, 20, 17, 3, 17, 16, 3, 2, 19, 3, 9, 13, 4, 3, 16, 14, 13, 13, 16, 20, 14, 4, 2, 3, 18, 7, 3, 5, 3, 6, 9, 18, 3, 16, 18, 20, 18, 5, 18, 5, 18, 13, 14, 19, 13, 14, 3, 14, 18, 14, 18, 18, 16, 19, 5, 3, 17, 18, 3, 19, 3, 20, 9, 16, 12, 20, 8, 12, 13, 13, 19, 18, 6, 3, 5, 18, 6\}$

Verteilung der Daten

Wert $\rightarrow$ Häufigkeit.

Dargestellt im "Histogramm-Stil":



Wir sehen: Es liegen 20 Werte im Wertebereich. Es gibt 120 Datenpunkte.

Alternativ: nicht die absolute Häufigkeit sondern normalisiert in [0,1], also "Wahrscheinlichkeit" bei zufälligem Zugriff auf Daten einen bestimmten Datenpunkt zu treffen.

Zusammenfassen/Beschreiben großer Datenmengen

Beschreibung durch parametrisierte Verteilung (Funktion)

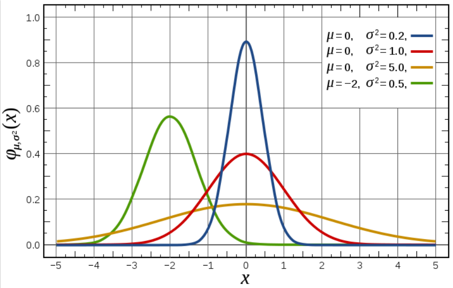
- Z.B. die Daten folgen einer Normalverteilung mit Erwartungswert μ und Varianz σ^2.

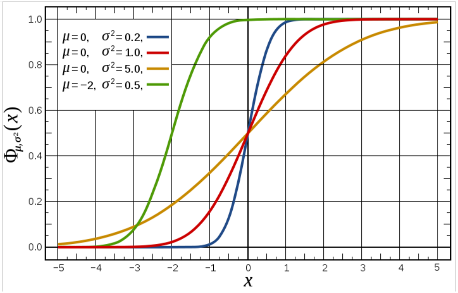
Zusammenfassen von Werten in Zellen (aka. Eimer oder Buckets)

- Wie viele Werte fallen in $[0,5[$, wie viele Werte fallen in $[5,10[$, etc.

Parametrisierte Verteilungen

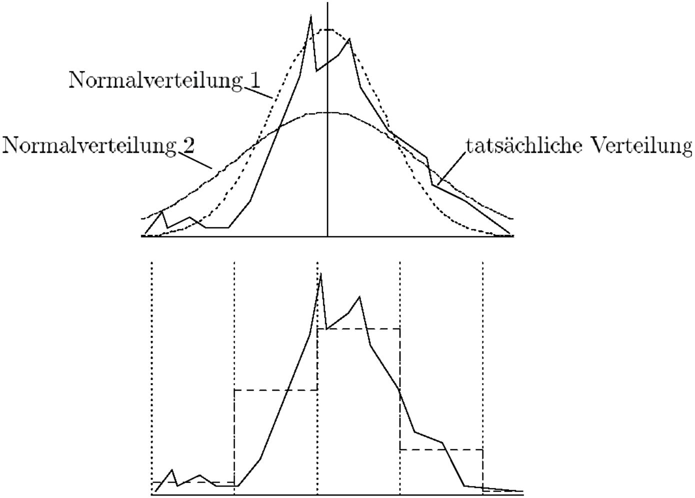
Dichtefunktion und Verteilungsfunktion der Normalverteilung:





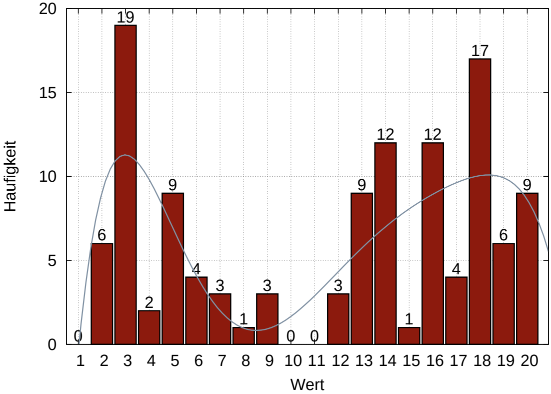
Abbildungen aus Wikipedia

Parametrisierte Verteilungen und Histogramme



Oft ist es schwierig eine tatsächliche Verteilung durch eine parametrisierte Verteilung auszudrücken. Histogramme sind flexibler.

Parametrisierte Verteilungen



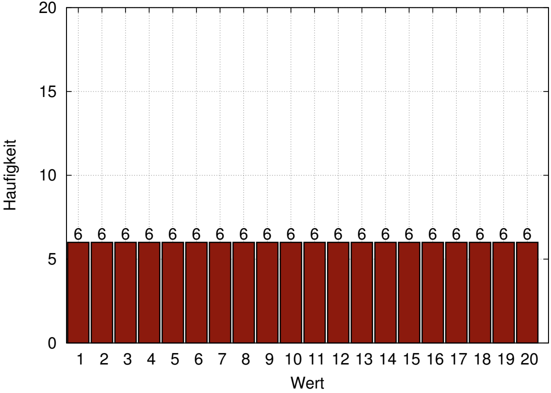
Hier, fit durch Polynom 6. Grades (mit Hilfe des Tools xmgrace):

$$f(x) := -21.884 + 29.533 * x - 9.2268 * x^2 + 1.2529 * x^3 - 0.085019 * x^4$$

$$+0.0028667 * x^5 - 3.8485 * 10^{-5} * x^6$$

Annahme Gleichverteilung

Es liegen 20 Werte im Wertebereich. Es gibt 120 Datenpunkte. Jeder Wert kommt, unter Annahme einer Gleichverteilung, also 6-mal vor.



Oft nicht sehr realistische Darstellung (aber äußerst kompakt).

Histogramme

Histogram teilt den Wertebereich in Zellen oder Intervalle (Englisch: buckets oder cells). Für jede dieser Zellen wird die Anzahl der Elemente gespeichert, die in die Zelle fallen.

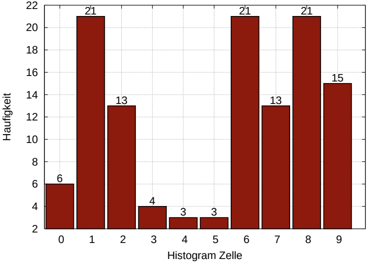
Equi-Width-Histogramme:

- Zellen habe immer die gleiche Breite im Wertebereich

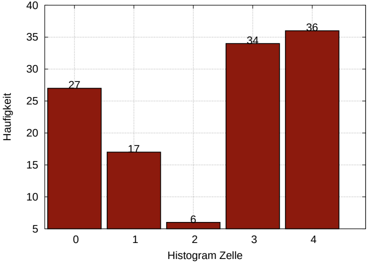
Equi-Depth (oder equi-height genannt) Histogramme:

- Zellen haben die gleiche "Höhe"
- Um dies zu erreichen: Breite der Zellen wird angepasst

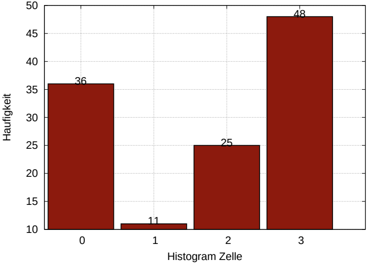
Equi-Width-Histogramme (Beispiele an o.g. Daten)



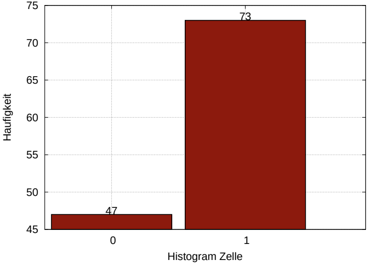
(a) Width = 2



(b) Width = 4

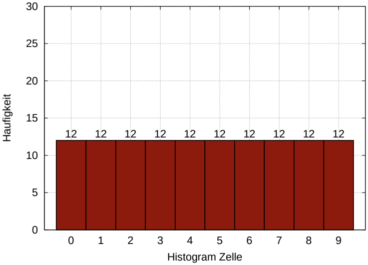


(a) Width = 5

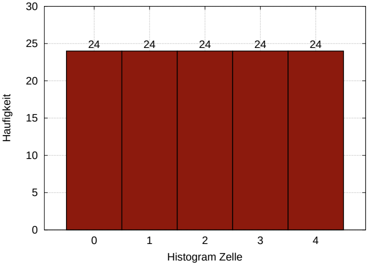


(b) Width = 10

Equi-Depth-Histogramme (Beispiele an o.g. Daten)



(a) Depth = 10%



(b) Depth = 20%

Grenzen der Zellen (je rechter Punkt, d.h. Ende)

- (a) 3,3,6,12,14,16,17,18,19
- (b) 3,12,15,18,20

Punktanfragen und Bereichsanfragen auf Histogrammen

Punktanfragen

- Wie viele Tupel haben den Wert $A = 10$?
- Nachschauen: Zelle in die der Wert 10 fällt.
- Annahme hier: Gleichverteilung innerhalb der Zelle.
- Resultat: Anzahl der Tupel geteilt durch Breite der Zelle.
- Bzw. wenn bereits “normalisiert” dann nur Wert der Zelle.

Bereichsanfragen

- Wie viele Tupel haben einen Wert $A > 10$?
- Nachschauen: In welche Zelle fällt der Wert 10? (Achtung insbesondere bei Equi-Depth Histogrammen)
- Resultat: Summe der Größen der darüber liegenden Zellen und anteilsmäßig diese Zelle (wie oben).
- Oder: Histogramm für kumulative Verteilung betrachten

Schätzung mit Histogrammen

- Obwohl man für diskrete Daten auch Punktanfragen bearbeiten kann, ist dies im kontinuierlichen Fall nicht möglich.
- Es liegen unendlich viele Werte in jeder Histogrammzelle (mit Häufigkeit 0)
- D.h. es kann im kontinuierlichen Fall "nur" nach Häufigkeiten für Intervalle gefragt werden.

Fehlermaße

- Ist für einen exakten Wert x eine Schätzung (Näherungswert) $\hat{x}$ gegeben,
- so heisst $|\hat{x} - x|$ absoluter Fehler und
- $\dfrac{|\hat{x} - x|}{x}$ im Fall $x \neq 0$ relativer Fehler
- Für mehrere solcher Beobachtungen: Sum Squared Error (SSE), Mean Absolute Error (MAE), Mean Squared Error (MSE)

Formale Definition

Gegeben eine Menge von von n Datenpunkten s_i mit einer zugeordneten Frequenz (Häufigkeit) $f(s_i)$. Wir schreiben auch f_i für $f(s_i)$. Diese s_i seien bereits geordnet:

$$s_1 < s_2 < s_3 < \ldots s_n$$

Der Vektor der Häufigkeiten:

$$F = [f(s_1), f(s_2), \ldots, f(s_n)]$$

Histogramm

- Ein Histogramm partitioniert diesen Vektor der Häufigkeiten in B Buckets (Zellen oder Intervalle) I_i. Dabei ist $B << n$.
- Jedes Intervall I_i wird durch einen Wert h_i (z.B. Durchschnitt) repräsentiert.

Fehler

Das heißt, für ein Intervall $I_i = [b_i, e_i]$, wobei b_i der Beginn und e_i das Ende des Intervalls markieren, wird die Häufigkeit der Werte $s_{b_i}, s_{b_i+1}, s_{b_i+2}, \ldots s_{e_i}$, die in dem Intervall enthalten sind, durch h_i approximiert.

Beispiel:

- Wie häufig kommt der Wert s_{b_i+2} vor?
- Natürlich genau $f(s_{b_i+2}) = f_{b_i+2}$ mal.
- Aber durch Histogramm eben approximiert durch h_i

Fehler

- Der Fehler, der dadurch für Wert s_{b_i+2} entsteht ist also $h_i - f_{b_i+2}$
- Normalerweise wird $|h_i - f_{b_i+2}|$ oder $(h_i - f_{b_i+2})^2$ benutzt

Sum Squared Error (SSE)

Es ist üblich h_i als Durchschnitt über die in I_i enthaltenen Daten (Häufigkeiten) zu berechnen, also

$$h_i = AVG([b_i, e_i]) = \frac{\sum_{b_i \leq k \leq e_i} F[k]}{e_i - b_i + 1}$$

Fehlermaß

Sum Squared Error (SSE)

$$SSE([a,b]) = \sum_{k=a}^{b} (F[k] - AVG([a,b]))^2$$

- Klar: **Je kleiner dieser Fehler, desto besser die Approximation** der (aller) Daten durch das Histogramm

V-Optimale Histogramme

Algorithmus zum Berechnen des bzgl. SSE optimalen Histogramms (mit Kosten SSE^*) unter Verwendung von B Intervallen (Buckets).

$$SSE^*(i,k) = min_{1 \leq j < i}\{SSE^*(j,k-1) + SSE([j+1,i])\}$$

für die ersten i Werte, unter Verwendung von k Buckets.
Ausnutzen, dass für beliebige i,j,k mit $0 \leq i \leq k < j \leq N$

$$SSE([i,j]) \geq SSE([i,k]) + SSE([k+1,j])$$

Literatur: Optimal Histograms with Quality Guarantees. H.V. Jagadish et al., VLDB Conference, 1998.

V-Optimale Histogramme: Erläuterung zur Berechnungsvorschrift

Berechnungsvorschrift des optimalen Fehlers für i Datenpunkte und k Buckets.

$$SSE^*(i,k) = min_{1 \leq j < i}\{SSE^*(j,k-1) + SSE([j+1,i])\}$$

Bedeutung

- Betrachte alle bisherigen Lösungen $SSE^*(j,k-1)$ für $k-1$ Buckets und $j < i$ Datenpunkte
- Nimm Fehler dieser kleineren Lösung und addiere dazu den SSE Fehler des zusätzlichen k-ten Buckets mit den Grenzen $[j+1,i]$
- Suche minimalen so berechneten Fehler für Lösung mit k Buckets und i Datenpunkten.

V-Optimale Histogramme: Algorithmus

$SSE^*(i,k)$ beschreibt optimalen Fehler für Histogram über ersten i Werten und k Zellen.

Dynamische Programmierung über

$$SSE^*(i,k) = min_{1 \leq j < i}\{SSE^*(j,k-1) + SSE([j+1,i])\}$$

for $k := 1$ **to** B
    for $i := 1$ **to** n
        for $j := 1$ **to** i
            if $besterror[j][k-1]+SSE(j+1,i) < besterror[i][k]$
                update $besterror[i][k]$
            $\ldots$
        end
    end
end

Initialisierung von $besterror[][]$ und Randfälle nicht im Code gezeigt.

Komplexität des Algorithmus ist $O(B\,n^2)$

Implementierungs Trick für SSE

Lemma 1 im original Papier von Jagadish et al.

$$SSE([i,j]) = \sum_{i \leq k \leq j} F[k]^2 - (j - i + 1) * AVG([i,j])^2$$

mit

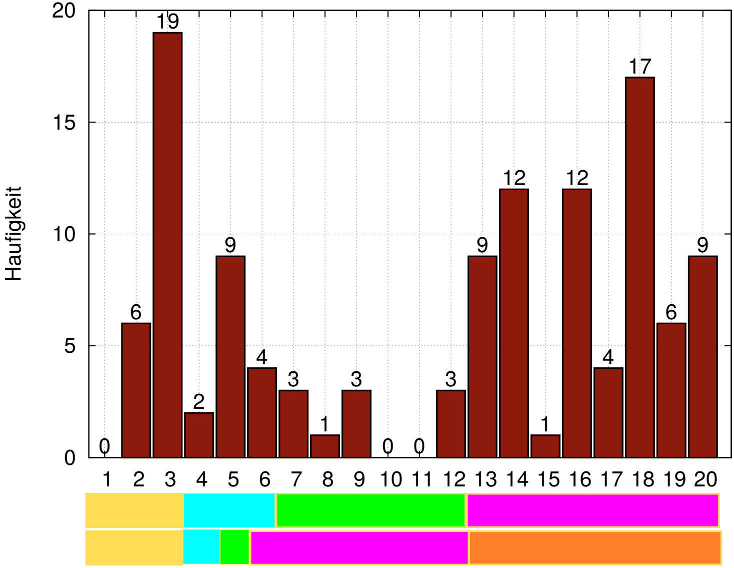
$$\sum_{i \leq k \leq j} F[k]^2 = PP[j] - PP[i-1]$$

und

$$AVG([i,j]) = \frac{P[j] - P[i-1]}{(j - i + 1)}$$

wobei $P[i] = \sum_{1 \leq k \leq i} F[k]$ und $PP[i] = \sum_{1 \leq k \leq i} F[k]^2$ (welche vorberechnet werden).

Beispiel: Für o.g. Daten und B = 4 bzw. 5 Zellen



Wavelets

Eingabe:

$$S = [2, 2, 7, 9]$$

Betrachte **paarweisen Durchschnitt**:

$$[2, 8]$$

Wir merken und auch noch die Differenz der Paare, hier 0 bzw. 2.
Die Sequenz $[2, 8]$ kann auf die gleiche Art behandelt werden, also Durchschnitt 5 und Differenz 6.

Auflösung	Durchschnitte	Detail-Koeffizienten
4	$[2,2,7,9]$	
2	$[2, 8]$	$[0, 2]$
1	$[5]$	$[6]$

Die Wavelet-Transformierte der Eingabe lautet also $\hat{S} = [5, 6, 0, 2]$

Yossi Matias, Jeffrey Scott Vitter, Min Wang: Wavelet-Based Histograms for Selectivity Estimation. SIGMOD Conference, 1998

http://theory.stanford.edu/~matias/papers/sigmod98.pdf

Wavelets: Wiederherstellung und Approximation

Gegeben war $S = [2,2,7,9]$ und als Wavelet-Transformierte haben wir $[5,6,0,2]$ erhalten. Diese Transformation ist **verlustlos**.
Wiederherstellung durch

$$
\begin{aligned}
S(0) &= \hat{S}(0) - \frac{1}{2}\hat{S}(1) - \frac{1}{2}\hat{S}(2) \\
S(1) &= \hat{S}(0) - \frac{1}{2}\hat{S}(1) + \frac{1}{2}\hat{S}(2) \\
S(2) &= \hat{S}(0) + \frac{1}{2}\hat{S}(1) \qquad\qquad - \frac{1}{2}\hat{S}(3) \\
S(3) &= \hat{S}(0) + \frac{1}{2}\hat{S}(1) \qquad\qquad + \frac{1}{2}\hat{S}(3)
\end{aligned}
$$

Kompaktere Darstellung erfolgt durch **Weglassen von kleinen Koeffizienten** der Wavelet-Transformierten bzgl. Threshold, z.B. ≤ 2. Im Beispiel oben erhalten wir damit $\hat{S} = [5,6,0,0]$ und somit $[2,2,8,8]$ als Approximation von S.

Beispiel

40 (Zufalls)zahlen zwischen 0 und 31:

$[23, 20, 13, 21, 30, 24, 9, 7, 7, 28, 28, 11, 12, 29, 6, 6, 25, 9, 5, 24, 18, 14, 0, 25, 9, 31, 20, 18, 18, 19, 1, 26, 22, 11, 18, 5, 5, 0, 23, 14]$

Kumulative Verteilung der Häufigkeiten:

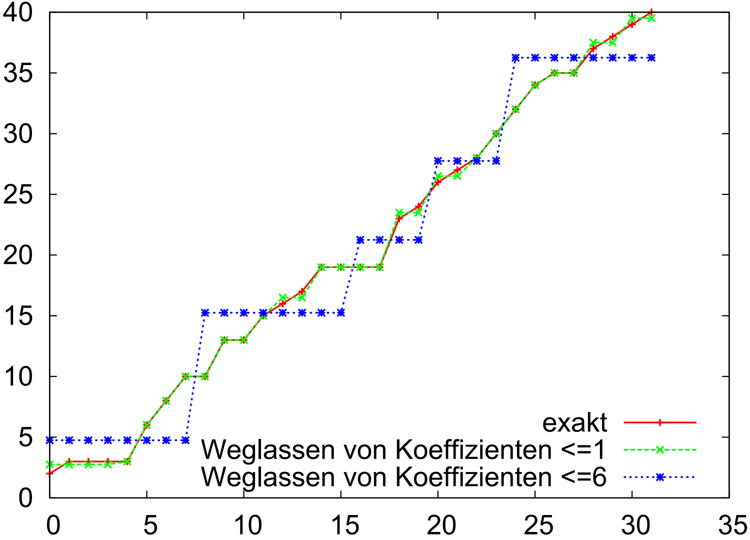
$[2, 3, 3, 3, 3, 6, 8, 10, 10, 13, 13, 15, 16, 17, 19, 19, 19, 19, 23, 24, 26, 27, 28, 30, 32, 34, 35, 35, 37, 38, 39, 40]$

Wavelet-Transformierte:

$[20.1875, 20.375, 10.5, 11.75, 4.0, 5.0, 6.5, 4.5, 0.5, 4.5, 2.5, 2.5, 4.5, 2.5, 2.0, 2.0, 1, 0, 3, 2, 3, 2, 1, 0, 0, 1, 1, 2, 2, 0, 1, 1]$

Schwellwert	SSE	MSE
0	0.0	0.0
1	3,25	0,10
2	19,25	0,60
3	47,00	1,47
4	79,00	2,47
5	210,00	6,56
6	210,00	6,56

Beispiel: Illustration Approximation



Deskriptive Statistik

- Minimaler und maximaler Wert eines Attributs
- Durchschnittlicher Wert und Median
- Weitere Aussagen über Verteilungen
- Beispielwerte

Anwendungen

- Produkt-Mananger: "In 99,9% aller Fälle liegt die Antwortzeit unseres Systems XYZ unter 10ms."
- Professor: "75% aller Studenten, die die Klausur mitgeschrieben haben, haben mindestens 80 Punkte erreicht."

Quantile einer Verteilung

Definition

Gegeben eine Zufallsvariable X mit Verteilungsfunktion F. Für ein $p \in [0,1]$, definieren wir $F^{-1}(p)$ als kleinsten Wert x, so dass $F(x) \geq p$.

Dieser Wert $F^{-1}(x)$ wird das p Quantil von X genannt. Die Funktion F^{-1} wird Quantilfunktion genannt.

- Das p Quantil wird auch $100p$ Perzentil genannt.
- Das $1/2$ Quantil, bzw. das $50.$ Perzentil einer Verteilung wird auch Median genannt.
- Das $1/4$ Quantil, bzw. das $25.$ Perzentil, wird auch **erstes Quartil** genannt,
- das $3/4$ Quantil, bzw. das $75.$ Perzentil, wird auch **drittes Quartil** genannt.

Probabilistic Counting

$V(R,A)$ ist die Anzahl der verschiedenen Attributsausprägungen für Attribut A.
Wie kann diese Größe berechnet werden?

- Klar, via Duplikat-Eliminierung durch Sortieren oder durch Hashing
- Oder durch probabilistische Methoden (Schätzer)

Flajolet Martin (FM) Sketch (aka. Hash-Sketch)

Vorgeschlagen von **Flajolet und Martin** in 1985[1]

- Erzeuge einen leeren Bitvektor B der Länge $m = log(N)$
- Scan über Eingabedaten: Dabei wird für jedes Objekt eine Position im Bitvektor berechnet und auf "1" gesetzt:
  - Hashing eines Objekts i in eine m-bit Zahl $h(i)$
  - Berechne Position k des am wenigsten signifikanten "1" Bits von h(i)
  - Setze bit $B[k]$ auf "1"

Beispiel

Eingabe: 17, 5, 19, 211, 17, 5, 31
Annahme h(17)=010100, dann ist das am wenigsten signif. 1 Bit = 2
Annahme h(5)=000101, dann ist das am wenigsten signif. 1 Bit = 0

[1] Philippe Flajolet, G. Nigel Martin: Probabilistic Counting Algorithms for Data Base Applications. J. Comput. Syst. Sci. 31(2): 182-209 (1985)

Schätzer

- Am Ende sieht B dann z.B. so aus: $B = 111010$
- Betrachte die Position t des am weitesten links stehenden "0" Bits, hier im Beispiel $t = 3$.
- Dann ergibt sich die Schäzung für die tatsächliche Anzahl n als

$$\hat{n} = 2^t \times 0.7735$$

in unserem Beispiel mit $t = 3$: $\hat{n} = 2^3 \times 0.7735 \approx 6.188$

Verbesserung der Schätzung

Verwendung mehrerer Bitvektoren B (entsprechend mit unterschiedlichen Hashfunktionen h) und Berechnung eines durchschnittlichen Werts von t.

Idee/Intuition

- $B[0]$ **wird ungefähr** $n/2$ **mal gesetzt**
- $B[1]$ **wird ungefähr** $n/4$ **mal gesetzt**

  $\ldots$

  Also:
- $B[i] = 0$ falls $i >> log_2(n)$
- $B[i] = 1$ falls $i << log_2(n)$
- "Mischung" aus 1s und 0s um $i \approx log_2(n)$ herum